

منحنی های صنعتی

وبلاگ مهندسی ساخت و تولید

www.persianengineer.blogfa.com

مارپیچ ارشمیدس

هر گاه نقطه ای با سرعت یکنواخت بر روی شعاعی از دایره تغییر مکان یابد و آن شعاع نیز دارای حرکت دورانی با سرعت زاویه ای ثابت باشد، مکان هندسی آن نقطه یک منحنی خواهد شد که آن را مارپیچ ارشمیدس می نامند.

برای رسم مارپیچ ارشمیدس به شرح زیر عمل می کنند :

الف - دو خط محور عمود بر هم رسم نموده محل تقاطع آنها را نقطه O می نامند.

ب - از نقطه O، خط مستقیمی برابر با گام مارپیچ (P) رسم نموده آن را به چند

قسمت، مثلا 16 قسمت مساوی تقسیم می کنند (گام مارپیچ $OA=P$).

ج - به مرکز O و شعاع $R=P$ دایره ای با خط نازک رسم نموده محیط آن را به همان

تعداد تقسیمات (16 قسمت مساوی) تقسیم می نمایند و از آن نقاط به مرکز دایره وصل

می کنند.

د- به مرکز O و شعاعهایی برابر با فاصله مرکز تا نقاط تقسیم واقع بر خط OA

، دایره هایی رسم می کنند تا هر دایره به ترتیب خطوط تقسیم مربوط به خود را در

نقاط 1,2,3,4,5,.....16 قطع نماید .

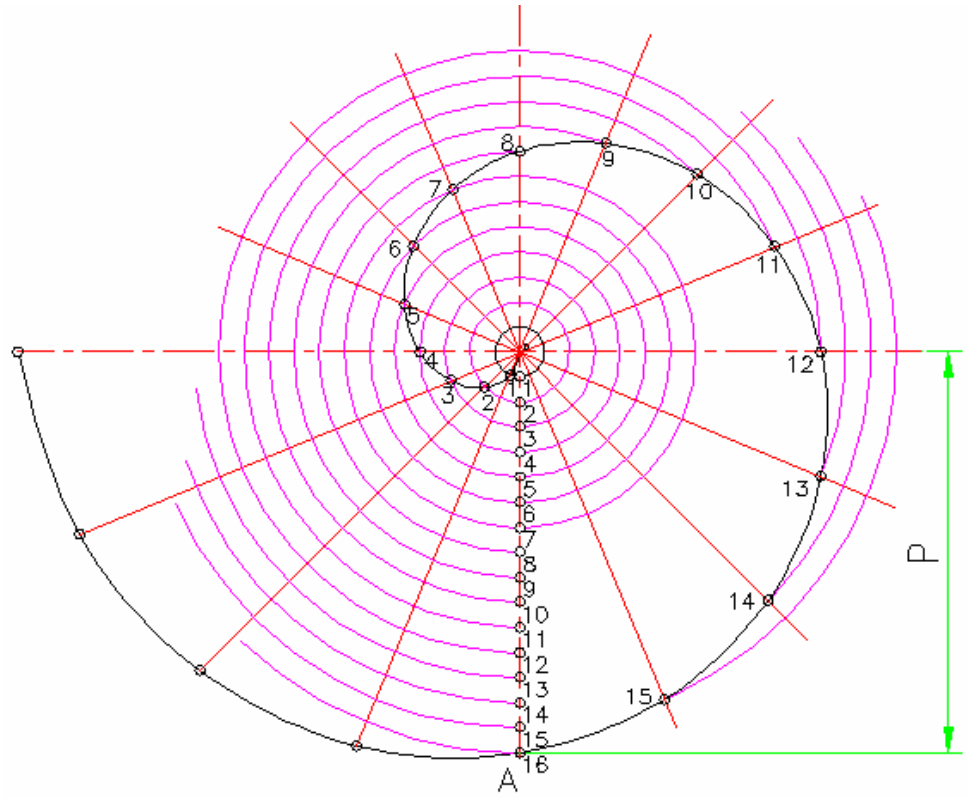
ه- چنانچه نقاط مربوطه را توسط پیستوله به هم وصل نمایند مارپیچ ارشمیدس بدست

می آید ، شکل 1

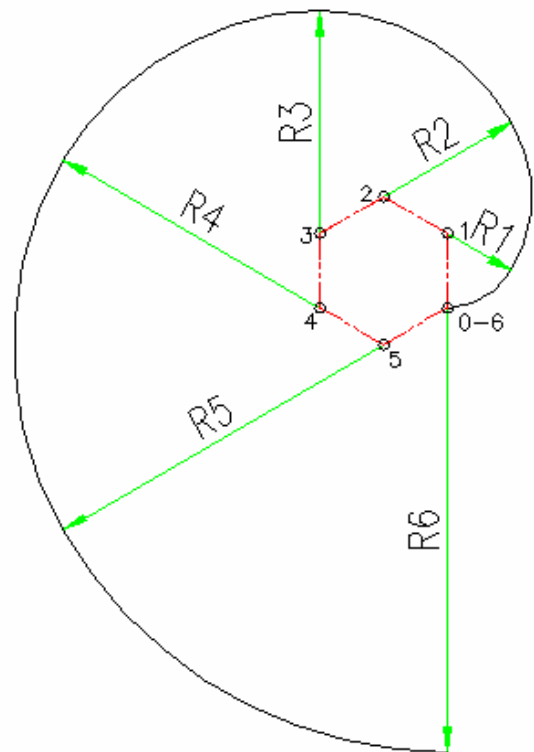
طبیعی است هر چه تعداد تقسیمات بیشتر باشد دقت اجرایی منحنی نیز زیادتر خواهد بود

روش دیگری به طور تقریبی برای رسم مارپیچ ارشمیدس معمول است که فقط از

قوسهای دایره استفاده می گردد.



شکل ۱



شکل ۲

به این ترتیب که از نقطه O، یک مربع، یا شش ضلعی یا چند ضلعی منتظمی که محیط

هر کدام از آنها برابر با گام مار پیچ P باشد در نظر گرفته مطابق شکل 2 از هر راس

چند ضلعی به ترتیب قوسهایی به شعاع (طول هر ضلع = A)

$$R_1 = a \quad R_2 = 2a \quad R_3 = 3a \quad \dots \quad R_6 = 6a = P$$

رسم می نمایند تا منحنی مربوطه به طور تقریبی بدست آید. بسته به اینکه جهت دوران

شعاع در جهت گردش عقربه های ساعت، یا بر خلاف، آن باشد، مارپیچ راست گرد،

یا چپ گرد بدست می آید.

در مهندسی مکانیک منحنی ارشمیدس موارد استفاده زیادی دارد به عنوان نمونه از این

منحنی در سه نظام ماشین تراش استفاده شده است.

منحنی اینولوت ، یا لفاف دایره

چنانچه روی محیط دایره ای معلوم ، نخ‌ی پیچیده و از یک نقطه این نخ را طوری باز

نمایند یا بپیچند که امتداد نخ همواره بر محیط دایره مماس باشد مکان هندسی هر نقطه از

نخ ، منحنی تشکیل می دهد که آن را اینولوت یا لفاف دایره گویند.

برای رسم اینولوت به شرح زیر عمل می کنند.

الف- دایره معلوم را رسم نموده آن را به چند قسمت ، مثلا 16 قسمت مساوی تقسیم می

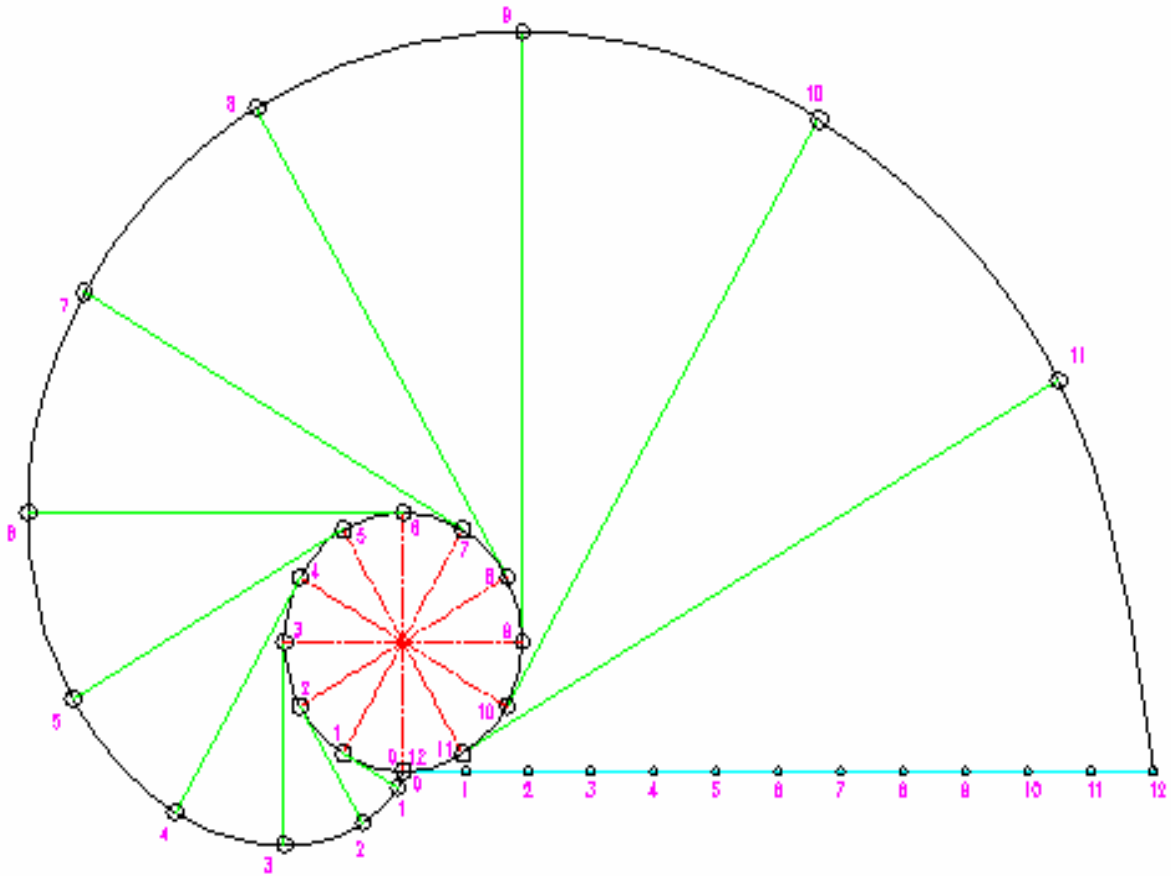
کنند سپس از نقاط مذکور خطوطی بر دایره مماس کرده امتداد می دهند.

ب- از نقاط مماس روی هر خط ، طولی به اندازه محیط باز شده دایره جدا نموده تا نقاط

1,2,3.....16 نیز مشخص گردند .

ج- چنانچه نقاط 1 تا 16 را توسط پیستوله به ترتیب به یکدیگر وصل نماییم مطابق

شکل 3 منحنی اینولوت بدست می آید.



شکل ۳

لفاف دایره ، منحنی اصلی و اساسی شکل دنده های چرخ دنده ها و ابزارهای مخصوص ساختن چرخ دنده ها می باشد .

مکان هندسی یک نقطه از دایره ای که بر روی خط مستقیمی چرخیده و همواره بر آن مماس باشد ، منحنی تشکیل می دهد که آن را سیکلونید می نامند ، دایره ای که سیکلونید بوسیله آن تولید می گردد دایره گردنده یا غلتان ، و خطی که بر آن مماس می باشد خط هادی ، یا پایه می گویند .

برای رسم سیکلونید با توجه به معلوم بودن قطر دایره غلتان (D) بشرح زیر عمل میکنند.

الف- دایره گردنده یا غلتان و خط پایه را که برابر با محیط همان دایره می باشد رسم می نمایند.

ب- دایره غلتان را به چند قسمت مساوی ، مثلا 12 قسمت تقسیم کرده و از آن نقاط به مرکز دایره وصل می کنند.

ج- خط هادی یا پایه را نیز به همان تعداد تقسیمات ، یعنی 12 قسمت مساوی جدا می کنند.

د- از نقاط تقسیم واقع بر خط پایه ، رابط‌هایی عمود رسم نموده تا خط میانی ؛ یا امتداد

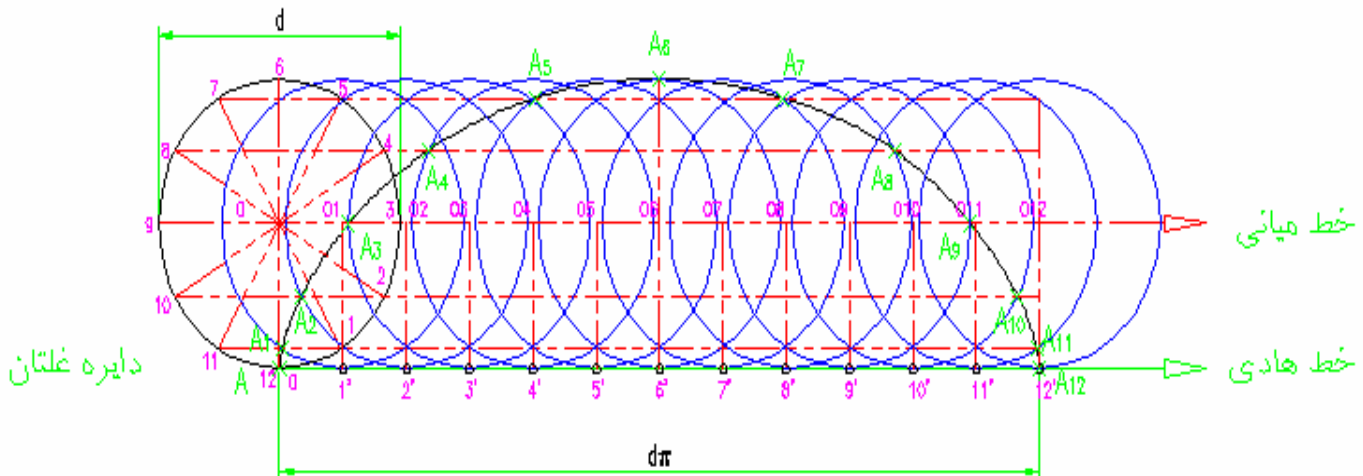
محور افقی دایره غلت را در نقاط O تا O_{12} قطع نماید.

ه- به مراکز نقاط $O_1, O_2, O_3 \dots O_{12}$ و همان شعاع دایره غلتان ، دایره های کمکی

رسم می کنند تا خطوط افقی که به موازات خط پایه ، از نقاط واقع بر دایره گردنده رسم

شده در نقاط A_1 تا A_{12} قطع نمایند.

و- چنانچه نقاط مذکور را به یکدیگر وصل نمایند منحنی سیکلوئید تشکیل می‌گردد. شکل 4



شکل ۴

از منحنی سیکلوئید جهت طرح دنده چرخ دنده ها و موارد دیگر استفاده می کنند.

ایی سیکلوئید

مکان هندسی یک نقطه از دایره ای که روی دایره دیگری چرخیده و همواره از خارج

بر آن دایره مماس باشد اپی سیکلوئید می نامند ، دایره ای که حرکت می کند دایره

گردنده یا غلتان ، و دایره ثابت را دایره هادی ، یا پایه می گویند.

برای رسم اپی سیکلوئید با توجه به مشخص بودن قطر دایره غلتان D ، و شعاع دایره

پایه R به شرح زیر عمل می کنند:

الف- به مرکز O_0 و شعاع R تحت زاویه α قوسی رسم نموده محیط آن را به چند

قسمت، مثلا 12 قسمت مساوی تقسیم می کنند تا نقاط O' الی O'_{12} بدست آیند.

(مقدار زاویه α بر حسب رادیان از رابطه $\alpha = D \cdot \Pi / R$ و مقدار α بر حسب

درجه از رابطه $\alpha = (180^\circ) \times D / R$ بدست می آید)

ب - به مرکز O_0 و شعاع $R_1 = R + D / 2$ قوسی به صورت خط محور رسم نموده

از نقاط O' تا $12'$ به مرکز وصل میکنند تا قوس مربوطه را در نقاط O تا O_{12} قطع

نمایند.

ج - از نقطه A ، دایره غلتان را مماس بر دایره پایه رسم نموده محیط آن را به

همان تعداد (به تعداد 12 قسمتی که روی دایره پایه جدا شده) به طور مساوی تقسیم می

کنند .

د - از نقاط O_1 تا O_{12} دایره های کمکی به قطر D ، و به مرکز O_0 و شعاعهای

نقاط 12 گانه (طول نقاط تقسیم واقع بر روی دایره غلتان تا مرکز O_0) قوسهایی به

موازات دایره پایه رسم می نمایند تا دایره های کمکی را به ترتیب در نقاط A_1 تا A_{12}

قطع نمایند. شکل 5

ه - چنانچه نقاط $A, A_1, A_2, A_3, \dots, A_{12}$ را با پیستوله به ترتیب به هم

وصل نمایند منحنی اپی سیکلوئید بدست می آید .

مکان هندسی یک نقطه از دایره ای که روی دایره دیگری چرخیده و همواره از داخل بر آن دایره مماس باشد هیپوسیکلوئید می نامند .

دایره ای که حرکت می کند دایره گردنده یا غلتان، و دایره ثابت را دایره هادی یا پایه می گویند .

برای رسم هیپوسیکلوئید با توجه به معلوم بودن قطر دایره غلتان و شعاع دایره ثابت به شرح زیر عمل می کنند :

الف - به مرکز O_0 و شعاع R تحت زاویه $\alpha <$ (مشابه آنچه برای اپی سیکلوئید گفته شد) قوسی رسم می نمایند، سپس محیط آن را به چند قسمت ، مثلا 12 قسمت مساوی تقسیم کرده از نقاط تقسیم (O' تا O_{12}) به مرکز O_0 وصل می نمایند .

ب - به مرکز O_0 و شعاع $R_1 = R - D/2$ قوسی رسم نموده تا شعاعهای قبلی را در نقاط O تا O_{12} قطع نمایند .

ج - به مرکز O دایره غلتان را مماس بر دایره پایه رسم نموده آن را به همان 12 قسمت

مساوی که روی دایره پایه در نظر گرفته شده است تقسیم می کنند .

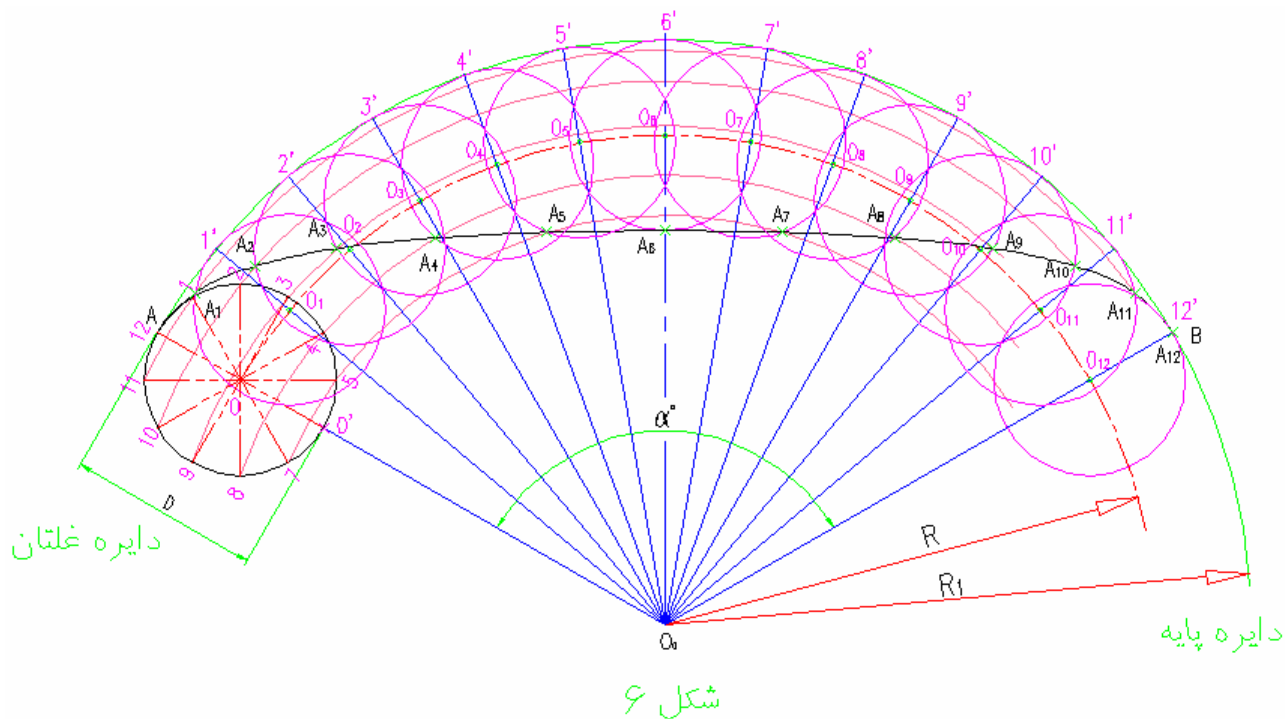
د - به مرکز $O_1, O_2, O_3, \dots, O_{12}$ و قطر D ، دایره های کمکی دیگری رسم

نموده تا قوسهای موازی دایره پایه را که به مرکز O_0 و شعاع فاصله مرکز تا نقاط

تقسیم واقع بر دایره غلتان قرار دارند در نقاط A_1 تا A_{12} قطع نمایند . شکل 6 .

ه - چنانچه نقاط $A, A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_{12}, B$ را با پیستوله به ترتیب به

یکدیگر وصل نمایند منحنی حاصل همان منحنی هیپوسیکلوئید خواهد بود .



طریقه رسم پروفیل دندانه

در این قسمت طریقه رسم پروفیل یک نوع چرخ دنده اینولوت با مشخصات داده شده معرفی می گردد .

$$d = m . z = 10 \times 14 = 140 \quad \text{میلیمتر}$$

$$d = 140 \quad \text{میلیمتر} \quad \text{قطر گام (قطر متوسط)}$$

$$m = 10 \quad \text{میلیمتر} \quad \text{مدول چرخ دنده}$$

$$z = 14 \quad \text{عدد} \quad \text{تعداد دندانه}$$

پارامترهای دیگر چرخ دنده با توجه به معادلات آنها که به قرار زیر می باشد به دست میاید .

$$de = d + 2m = 140 + 20 = 160 \quad \text{میلیمتر} \quad \text{قطر دایره سر دندانه}$$

$$di = d - 2 \left(\frac{7}{6} \right) m = 140 - \frac{23}{33} \times 140 = 116/67 \quad \text{میلیمتر} \quad \text{قطر پای دندانه}$$

$$r = 0/4 m = 0/4 \times 10 = 4 \quad \text{میلیمتر} \quad \text{شعاع قوس انتهای دندانه}$$

$$T = \Pi .m = 3/14 \times 10 = 31/4 \quad \text{میلیمتر}$$

گام دندان (فاصله یک دندان تو پر و یک جای دندان روی دایره متوسط)

$$T/2 = (31/4) / 2 = 15/7 \quad \text{میلیمتر}$$

1 - به مرکز O و قطرهای زیر دایره هایی رسم می کنند .

الف - میلیمتر $d = m.z = 140$ قطر متوسط (قطر گام) با خط محور

ب - میلیمتر $d_e = 160$ قطر سر دندان با خط نازک

ج - میلیمتر $d_i = 116/67$ قطر پای دندان را با خط نازک به صورت

قوسی رسم می نمایند .

2 - نقطه دلخواهی مانند نقطه P ، روی دایره متوسط انتخاب نموده از آن نقطه تحت

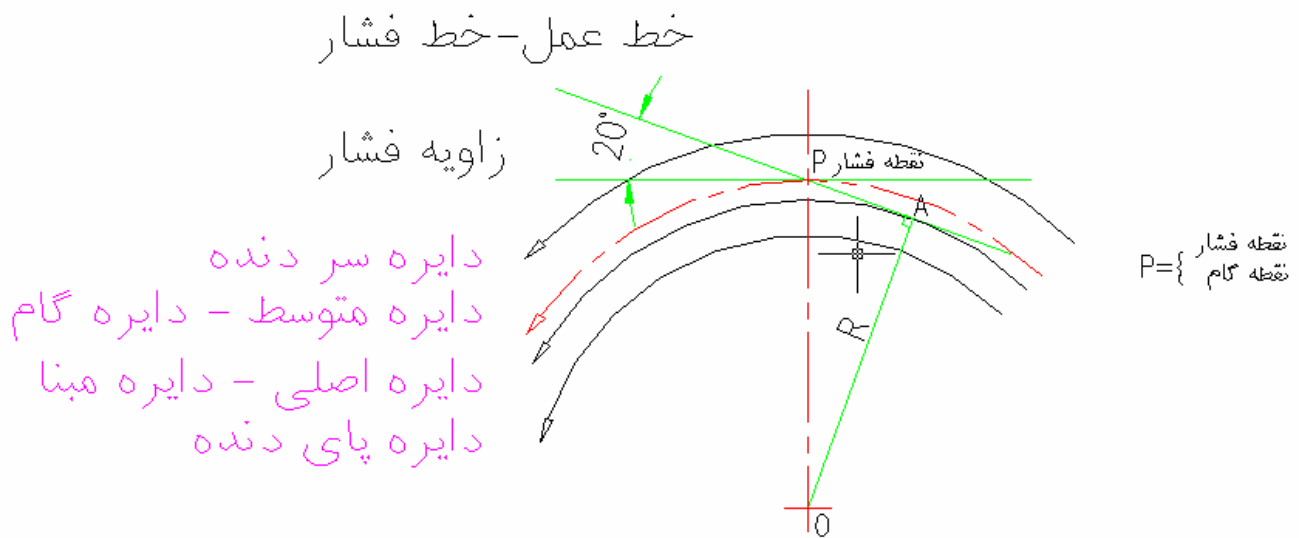
زاویه 20 درجه خطی رسم می نمایند ، زاویه 20 درجه را زاویه فشار خط مربوطه را

خط عمل ، یا خط فشار می نامند .

3 - از نقطه O خطی بر خط فشار عمود نموده تا آن را در نقطه A قطع نماید ، به

مرکز O و شعاع $R = OA$ قوسی رسم کرده آن را دایره مبنا، یا دایره اصلی می نامند.

شکل 7



شکل 7

4 - از دو طرف نقطه A ، واقع بر محیط دایره مبنا تعدادی قوسهای مساوی ، مثلا هر

کدام به فاصله 5 میلیمتر جدا می نمایند تا نقاط $1,2,3,4,5, \dots$ و $1',2',3',4',5', \dots$

..... به دست می آید .

طبیعی است هرچه فاصله قوسها کوچکتر باشد اختلاف کمان و وتر مربوطه نیز کمتر خواهد بود .

5 – از نقاط تقسیم خطوطی بر دایره مماس می کنند و از سمت راست نقطه A ، روی

هر خط مماس ، طول AP به اضافه فاصله تقسیم شده تا نقطه A را جدا می نمایند .

$5 \times 1 +$ طول ثابت AP » روی خط مماس بر دایره مبنا از نقطه 1

$5 \times 2 +$ طول ثابت AP » روی خط مماس بر دایره مبنا از نقطه 2

$5 \times 3 +$ طول ثابت AP » روی خط مماس بر دایره مبنا از نقطه 3

..... »

همچنین از سمت چپ نقطه A ، روی هر خط مماس ، طول AP منهای فاصله هر پاره

خط تقسیم شده تا نقطه A را جدا می نمایند.

6- نقاط بدست آمده را از دایره سر دندان تا نقطه M واقع بر دایره مبنا توسط پیستوله به

یکدیگر متصل می نمایند. سپس از نقطه M به نقطه O وصل کرده تا پای دندان را قطع

نماید.

معمولا انتهای دندان را کمی قوسدار تهیه می کنند، حداکثر شعاع قوس دندان برابر است

با: $R = 0.4 \text{ m}$ (شکل 8)

7- نظر به اینکه طول قوس یک دندان توپر ، یا جای دندان روی دایره متوسط برابر با

مقدار متوسط $T/2$ می باشد از نقطه P مقدار $T/2$ را روی دایره متوسط جدا نموده تا

نقطه N بدست آید ، سپس از نقطه N به نقطه O وصل میکنند تا خط محور دندان

مشخص شده از طریق تقارن ، قوس دیگر (منحنی سمت راست دندان) آنرا پیدا می

کنند.

8- برای رسم منحنی جای دندان به همان روشی که در مورد خود دندان تو ضیح داده

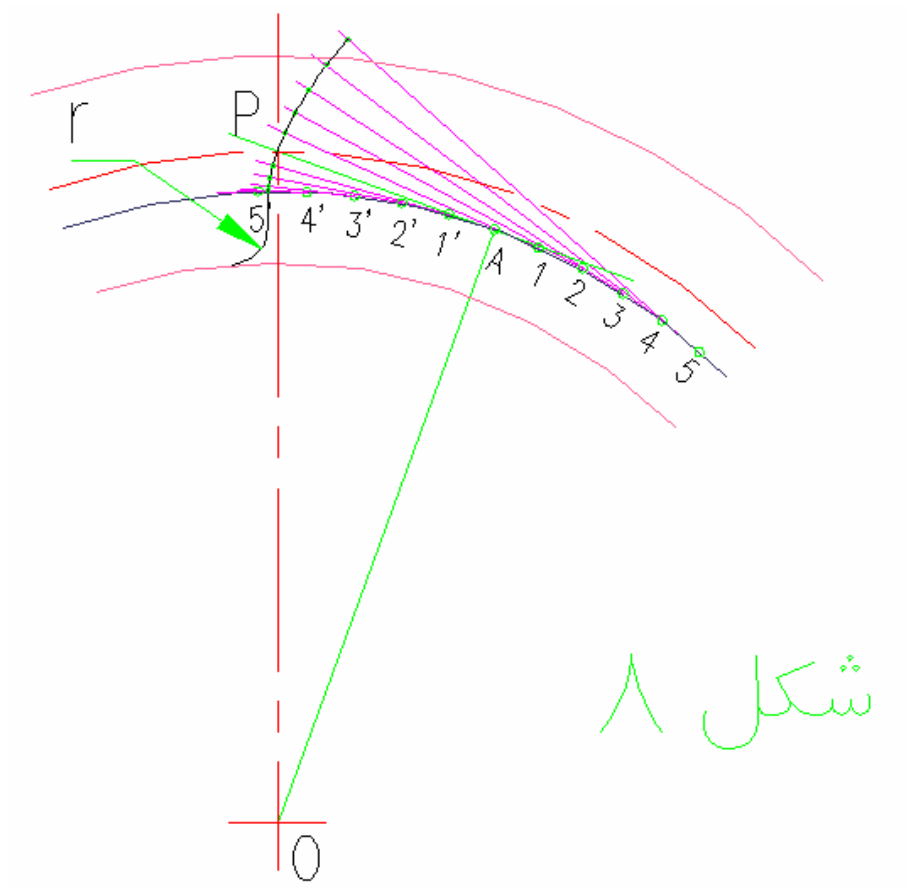
شد استفاده می نمایند. (شکل 9)

تذکر:

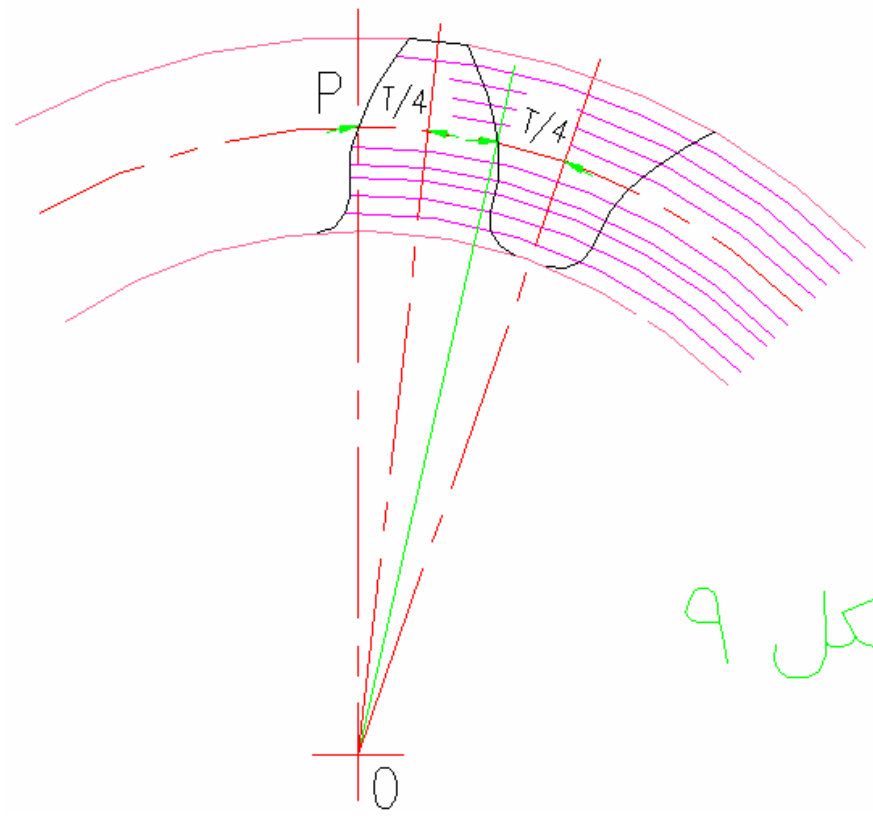
در موقع ساخت مقدار $T/2$ را برای دندان برابر با $T \times (19/40)$ و برای جای دندان

برابر با $T \times (21/40)$ در نظر می گیرند تا عمل تطبیق و درگیری دندان ها در

یکدیگر راحتتر انجام پذیرد، لکن در موقع ترسیم هر دو را به یک اندازه رسم می نمایند.



شکل ۸



شکل ۹